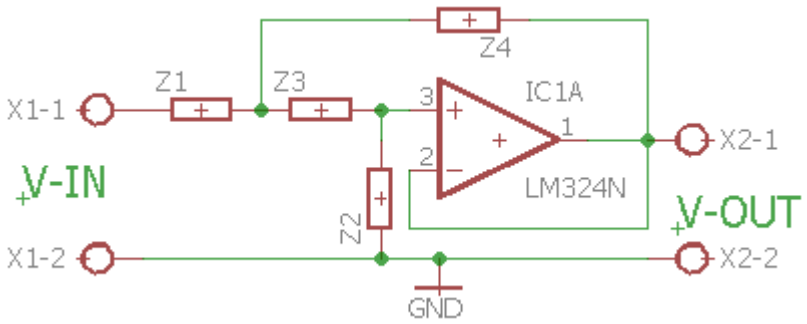
Sallen-Key Filter som impedanser

Et sallen-key filter består af både modstande og kondensatorer, placeret alt efter hvilken konfiguration man ønsker (højpas, lavpas eller båndpas), men som grundlag kan man udtrykke filteret på følgende måde:



For at kunne regne på filteret skal operationsforstærkeren betragtes som ideel, således at den spænding der ligger på operationsforstærkerens plus-indgang er den samme som V-out.

Ved at betegne strømmene og spændingerne efter de impedanser de ligger over, så I_1 løber i Z_1 og giver en spænding over impedansen på V_1, så vil man kunne udtrykke følgende ligninger:

$$V_{in} = V_1 + V_3 + V_2$$

$$V_2 = V_{out}$$

$$I_1 + I_4 = I_3$$

Da strømmen ind i operationsforstærkerens plus-indgang er 0, så er:

$$I_2 = I_3$$

Fra stel gennem Z2, Z3 og Z4 kan følgende udtrykkes:

$$V_{out} = I_2 \cdot (Z_2 + Z_3) + I_4 \cdot Z_4$$

Ved at lave reduktioner og indsætte i andre ligninger kan man på følgende vis udregne:

$$V_{in} = Z_1 \cdot I_1 + (Z_3 + Z_2) \cdot I_2$$

$$I_1 = \frac{V_{in} - (Z_3 + Z_2) \cdot I_2}{Z_1}$$

$$I_4 = \frac{V_{out} - I_2 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4}$$

$$I_2 = \frac{V_{out}}{Z_2}$$

Ved at skille brøkerne ad i udtrykkene for I_1 og I_4 og indsætte dem i strømligningen fås:

$$\frac{V_{in}}{Z_1} - \frac{(Z_3 + Z_2) \cdot V_{out}}{Z_1 \cdot Z_2} + \frac{V_{out}}{Z_4} - \frac{V_{out} \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot Z_2} = \frac{V_{out}}{Z_2}$$

Reduktionen af ligningen på foregående side giver følgende:

$$V_{in} = V_{out} \cdot \left(\frac{(Z_3 + Z_2)}{Z_2} - \frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2} \right)$$

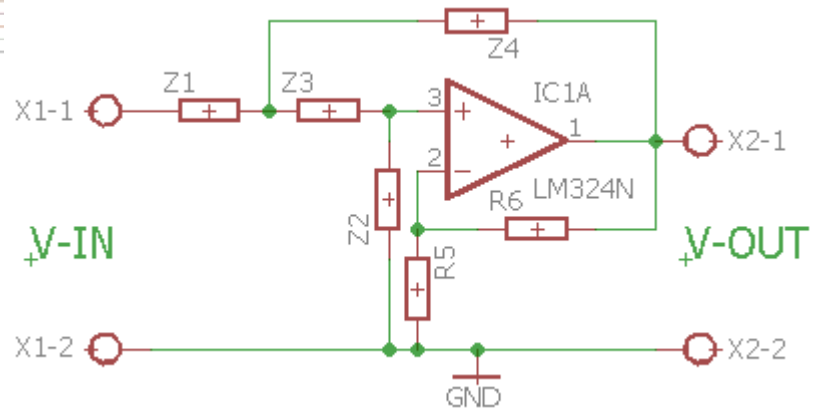
Overføringsfunktionen $A = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ kan altså udtrykkes ved hjælp af impedanserne, således at A bliver:

$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\frac{(Z_3 + Z_2)}{Z_2} - \frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2}}$$

I dette udtryk kan man nu indsætte modstande og det imaginære udtryk for kondensatorerne, så man får overføringsfunktionen for filtrene. Dette er gennemgået på:
http://htx-elev.ucholstebro.dk/wiki/index.php?title=Aktive_filtre#Sallen-Key_Filtre

Sallen-Key Filter med Forstærkning som impedanser

Et sallen-key filter med forstærkning består af både modstande og kondensatorer, placeret alt efter hvilken konfiguration man ønsker (højpas, lavpas eller båndpas), men som grundlag kan man udtrykke filteret med impedanser, som unity gain filteret, blot med den tilføjelse at forstærkningen H_0 er bestemt af R_5 og R_6:



For at kunne regne på filteret skal operationsforstærkeren betragtes som ideel, således at den spænding der ligger på operationsforstærkerens plus-indgang er den samme som spændingen over R_5.

Ved at betegne strømmene og spændingerne efter de impedanser de ligger over, så I_1 løber i Z_1 og giver en spænding over impedansen på V_1, så vil man kunne udtrykke følgende ligninger:

$$V_{in} = V_1 + V_3 + V_2$$

$$H_0 = 1 + \frac{R_6}{R_5}$$

$$V_{out} = H_0 \cdot V_2$$

$$I_1 + I_4 = I_3$$

Da strømmen ind i operationsforstærkerens plus-indgang er 0, så er:

$$I_2 = I_3$$

Fra stel gennem Z2, Z3 og Z4 kan følgende udtrykkes:

$$V_{out} = I_2 \cdot (Z_2 + Z_3) + I_4 \cdot Z_4$$

Ved at lave reduktioner og indsætte i andre ligninger kan man på følgende vis udregne:

$$V_{in} = Z_1 \cdot I_1 + (Z_3 + Z_2) \cdot I_2$$

$$I_1 = \frac{V_{in} - (Z_3 + Z_2) \cdot I_2}{Z_1}$$

$$I_4 = \frac{V_{out} - I_2 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4}$$

$$I_2 = \frac{V_{out}}{H_0 \cdot Z_2}$$

Ved at skille brøkerne ad i udtrykkene for I_1 og I_4 og indsætte dem i strømligningen fås:

$$\frac{V_{in}}{Z_1} - \frac{(Z_3 + Z_2) \cdot V_{out}}{Z_1 \cdot H_0 \cdot Z_2} + \frac{V_{out}}{Z_4} - \frac{V_{out} \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot H_0 \cdot Z_2} = \frac{V_{out}}{H_0 \cdot Z_2}$$

Reduktionen af ligningen på foregående side giver følgende:

$$V_{in} = V_{out} \cdot (\frac{(Z_3 + Z_2)}{H_0 \cdot Z_2} - \frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot H_0 \cdot Z_2} + \frac{Z_1}{H_0 \cdot Z_2})$$

Overføringsfunktionen $A = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ kan altså udtrykkes ved hjælp af impedanserne, således at A bliver:

$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\frac{(Z_3 + Z_2)}{H_0 \cdot Z_2} - \frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot H_0 \cdot Z_2} + \frac{Z_1}{H_0 \cdot Z_2}}$$

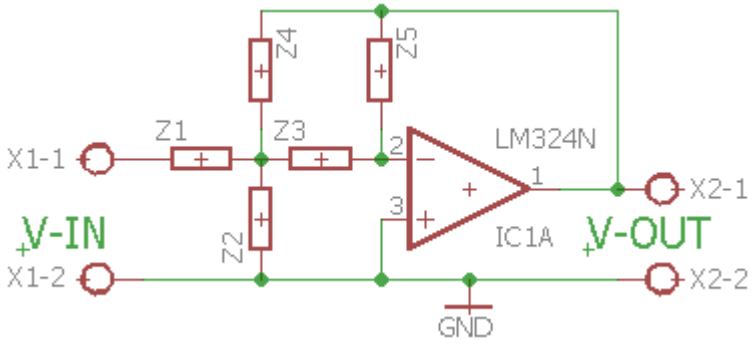
I dette udtryk kan man nu indsætte modstande og det imaginære udtryk for kondensatorerne, så man får overføringsfunktionen for filtrene. Dette er gennemgået på:
http://htx-elev.ucholstebro.dk/wiki/index.php?title=Aktive_filtre#Sallen-Key_Filtre_med_forst.C3.A6rkning

Til Båndpasfilteret bliver udtrykket lidt mere kompliceret, da der skal en ekstra modstand ind:

$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\frac{Z_2 + Z_3}{H_o \cdot Z_2} - \frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_4 \cdot H_0 \cdot Z_2} + \frac{Z_1}{H_0 \cdot Z_2} + \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_5 \cdot H_0 \cdot Z_2}}$$

Multiple Feedback Filter som impedanser

Et multiple feedback filter består af både modstande og kondensatorer, placeret alt efter hvilken konfiguration man ønsker (højpas, lavpas eller båndpas), men som grundlag kan man udtrykke filteret med impedanser, så det kan betragtes som følger:



Igen skal man betragte operationsforstærkeren som ideel for at kunne regne på opstillingen. De betragtninger der skal til er følgende:

- Der er 0V (virtuel stel) på minus-indgangen af operationsforstærkeren
- Det betyder at V_{out} ligger over Z_5
- Strømmen i Z_3 er den samme som i Z_5 da der ikke løber strøm i indgangen
- Spændingen over Z_2 er den samme som over Z_3

Disse betragtninger fører til følgende ligninger:

$$I_5 = \frac{V_{out}}{Z_5}$$

$$V_2 = V_3 = I_2 \cdot Z_2 = I_3 \cdot Z_3 = -\frac{V_{out}}{Z_5} \cdot Z_3$$

$$I_4 = \frac{V_{out} - V_2}{Z_4}$$

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$

$$V_{in} = I_1 \cdot Z_1 + V_2$$

De 4 strømme der indgår i kirchoff udtrykket med summen af strømmene udtrykkes nu ved V_{in} , V_{out} og impedanserne som følge af ovenstående ligninger:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{Z_1} + \frac{V_{out} \cdot Z_3}{Z_5 \cdot Z_1}$$

$$I_2 = -\frac{V_{out} \cdot Z_3}{Z_5 \cdot Z_2}$$

$$I_3 = -\frac{V_{out}}{Z_5}$$

$$I_4 = \frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{Z_5} \cdot Z_3}{Z_4} = \frac{V_{out} \cdot (Z_3 + Z_5)}{Z_4 \cdot Z_5}$$

De fire strømme indsættes i kirchoff udtrykket, og V_{in} , V_{out} trækkes uden for parenteser:

$$\frac{V_{in}}{Z_1} = V_{out}(-\frac{Z_3}{Z_5 \cdot Z_1} - \frac{(Z_3 + Z_5)}{Z_4 \cdot Z_5} - \frac{Z_3}{Z_5 \cdot Z_2} - \frac{1}{Z_5})$$

Overføringsfunktionen $A = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ kan altså udtrykkes ved hjælp af impedanserne, således at A bliver:

$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-1}{\frac{Z_3}{Z_5} + \frac{(Z_3 + Z_5) \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_5} + \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_5 \cdot Z_2} + \frac{Z_1}{Z_5}}$$

I udtrykket kan man igen regne med komplekse størrelser. Dette er gennemgået på:
http://htx-elev.ucholstebro.dk/wiki/index.php?title=Aktive_filtre#Multiple_Feedback_filtre